

**Stredná odborná škola technická Humenné**  
**Družstevná 1737, Humenné**

**Návrh a optimalizácia konzolového nosníka, experimentálne overenie  
metódou fotoelasticimetrie**

**2018**  
Humenné

riešiteľ  
**Matej Halajčík**  
ročník štúdia: **druhý**

---

# Úvod

Táto práca vznikla na základe spolupráce Strednej odbornej školy technickej v Humennom a Technickej univerzity v Košiciach. Túto tému som si vybral po absolvovaní exkurzie na TUKE, kde sme mohli vidieť laboratórium transmisnej fotoelasticity. Táto experimentálna metóda ma zaujala natoľko, že som sa o nej chcel dozvedieť viac.

Fotoelasticita je často používaná technika na presné meranie povrchových deformácií a na určenie napätí v modeli, súčiastke alebo v sústave počas statického, alebo dynamického zaťaženia. Topologická optimalizácia je moderným nástrojom metódy konečných prvkov. V súčasnosti má nenahraditeľné miesto v každej vývojovej oblasti moderného priemyslu. Jej najväčšie prínosy sú najmä z hľadiska ekonomického, keďže sa veľmi často používa pri znižovaní hmotnosti rôznych často krát tvarovo zložitých súčiastok čo priamo ovplyvňuje množstvo použitého materiálu.

Účelom práce je optimalizácia konzolového nosníka a experimentálne overenie metódou fotoelasticity. Touto optimalizáciou sme chceli doceliť zníženie hmotnosti nosníka pri zachovaní tuhosti a pevnosti.

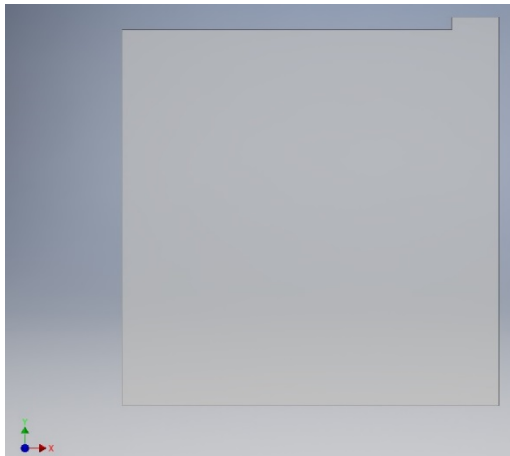
Na začiatku boli určené ciele práce:

- Návrh konzolového nosníka.
- Optimalizácia zaťaženého nosníka metódou konečných prvkov.
- Statická analýza konzolového nosníka.
- Experimentálne overenie návrhu metódou fotoelasticity.

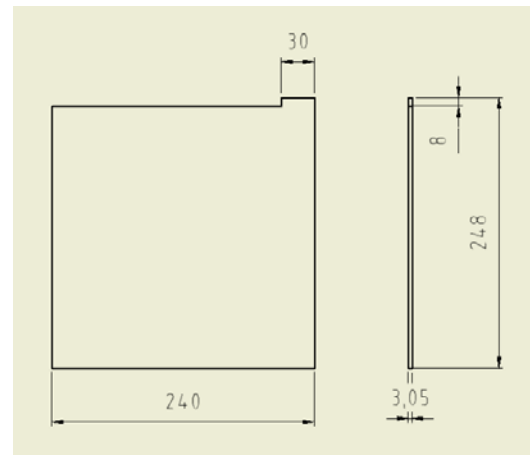
Posledná časť práce sa venuje topologickej optimalizácii komerčným softvérom Abaqus/Tosca. Záver práce obsahuje celkové zhodnotenie a porovnanie získaných výsledkov z numerického a experimentálneho prístupu a tiež poskytuje predpoklady pre využitie uvedeného postupu.

## Návrh konzolového nosníka

Pre topologickú optimalizáciu bol navrhnutý konzolový nosník (Obr. 1) rozmerov 240x240mm a hrúbky 3,5mm (Obr. 2). Rozmer návrhu nosníka vychádza z rozmerov opticko-citlivého materiálu, ktorý bude použitý pre experimentálne overenie výsledkov metódou fotoelasticimetrie.



Obr. 1 Model nosníka

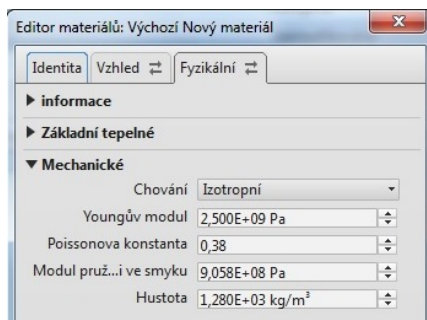


Obr. 2 Výkres nosníka

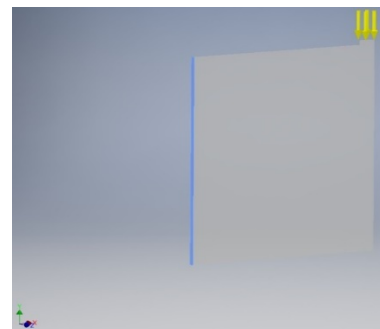
Na začiatku boli zadefinované okrajové podmienky, na základe ktorých sa vykonala topologická optimalizácia nosníka.

### Medzi okrajové podmienky patrí:

1. Zadanie vlastností opticko-citlivého materiálu (Obr. 3)
2. Definovanie väzby votknutím a zaťaženia nosníka (Obr. 4)

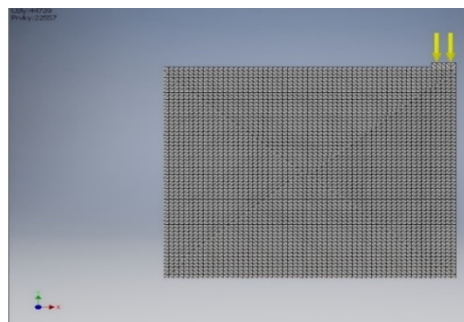


Obr. 3 Zadefinovanie mechanických vlastností opticko- citlivého materiálu



Obr. 4 Zadefinovanie miesta votknutia a zaťaženia

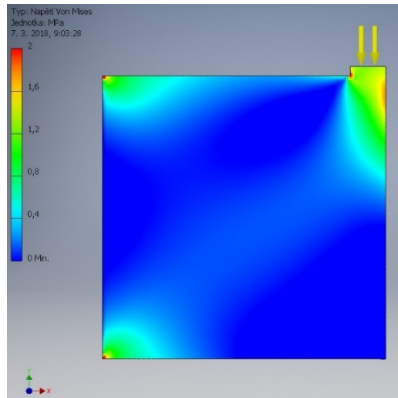
Pred spustením samotných simulácií bolo potrebné vytvoriť sieť konečných prvkov (Obr. 5).



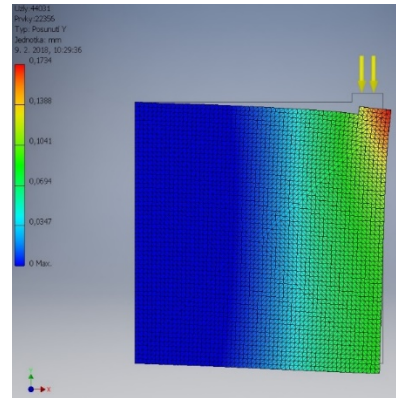
Obr. 5 Vytvorenie siete konečných prvkov

# Topologická optimalizácia nosníka

Topologická optimalizácia v práci je založená na základe opakovanej statickej analýzy pri zaťažení tlakom o hodnote 1.5MPa a odoberaním materiálu v miestach, ktoré napätie neprenášajú. Výsledkom tejto optimalizácie má byť zredukovaná hmotnosť pri zachovanej tuhosti a pevnosti konzolového nosníka. Tieto kritéria boli kontrolované na základe hodnoty maximálneho dovoleného napätia a maximálneho posunutia v smere osi Y. Limit zvolený pre dodržanie maximálneho posunutia bol definovaný na hranicu päťnásobku pôvodného posunutia.

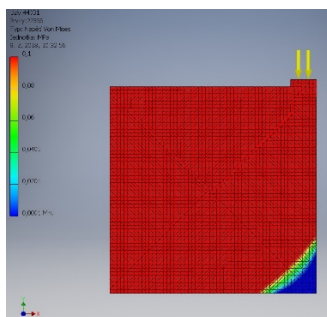


Obr. 6 Priebeh redukovaných napätí pri pôvodnom nosníku

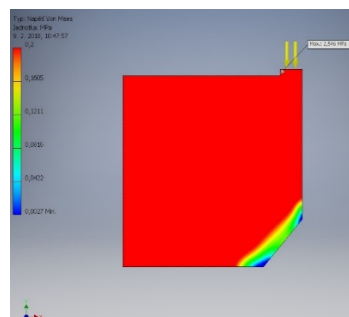


Obr. 7 Výsledné posunutie v smere Y pri pôvodnom nosníku

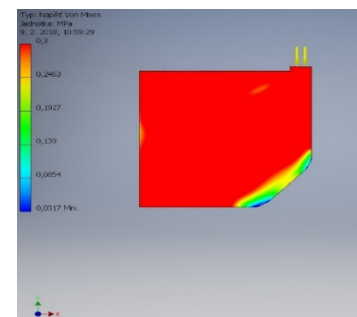
Na Obr. 6 vidíme výsledok prvej statickej analýzy, kde bola maximálna hodnota napätia 2,511 MPa a na Obr. 7 vidíme maximálne posunutie o hodnote 0,1734 mm. Keďže bolo na začiatku zaťaženie malé vzhľadom na plochu konzolového nosníka a neboli jasné miesta s najnižšou hladinou napätia, bola horná hranica zobrazovaného napätia postupne znižovaná až na hodnotu 0,1 MPa (Obr. 8). Modré miesta na obrázku boli následne odstránené a celý výpočet sa takto postupne opakoval viac ako 70-krát. Môžeme vidieť taktiež červenú plochu, ktorá napätie prenáša.



Obr. 8 Priebeh napätí po upravení maximálnej zobrazovanej hodnoty



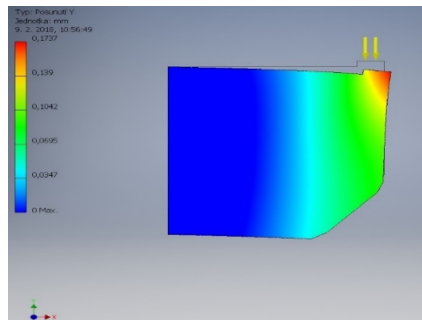
Obr. 9 Prvé odl'ahčenie nosníka



Obr. 10 Druhé odl'ahčenie nosníka

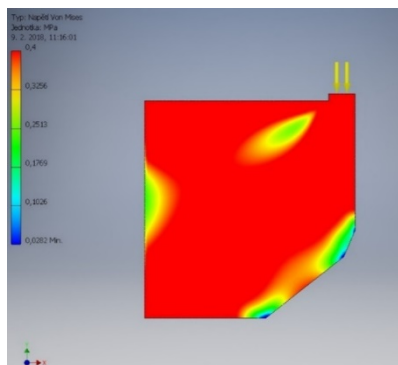
Na Obr. 9 bola odstránená modrá plocha. Môžeme vidieť nové modré plochy, ktoré vznikli a na tomto obrázku vidíme aj najväčšie napätie 2.546 MPa, ktoré je v mieste zaťaženia. Napätie vo výslednom modeli by nemalo presiahnuť 20 MPa.

Na Obr. 10 boli odstránené modré plochy. Ako môžeme vidieť, tak na ľavom okraji v mieste votknutia a vpravo hore sa nám zobrazujú žlté plochy. Môžeme predpokladať, že po odoberaní modrých plôch a po zvýšení hornej hranice napätia, sa žlté plochy premenia na modré plochy, ktoré neprenášajú napätie.



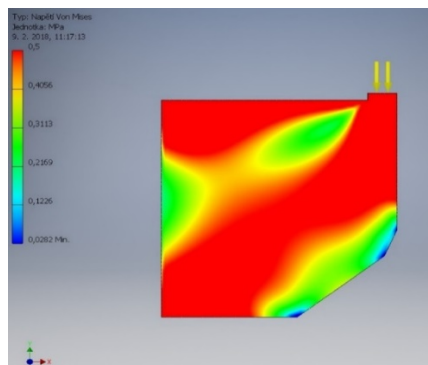
**Obr. 11 Prvá kontrola posunutia v smere osi Y**

Na Obr.11 vidíme 1.kontrolu posunutia s posunutím 0.1737 mm, ktoré vyhovuje.



**Obr. 12 Odľahčovanie pri hladine napätia 0,4**

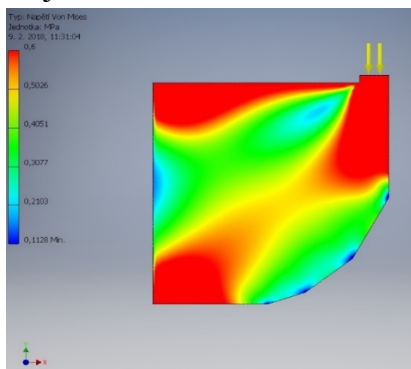
**MPa**



**Obr. 13 Odľahčovanie pri hladine napätia 0,5**

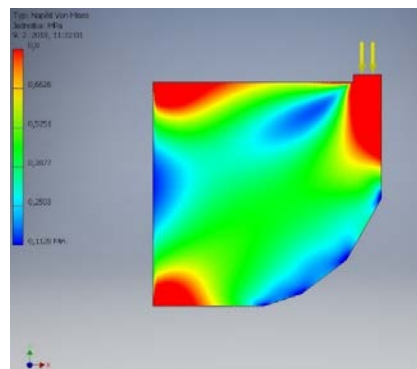
**MPa**

Na Obr. 12 boli odstránené modré miesta a môžeme pozorovať, ako sa žlté plochy zväčšujú a sfarbujú dozelená. Na Obr. 13 bola horná hranica napätia posunutá z 0.4 MPa na 0.5 MPa. Zvýšením hornej hranice sa žlté miesta viac sfarbujú dozelená a zväčšujú sa.



**Obr. 14 Odľahčovanie pri hladine napätia 0,6**

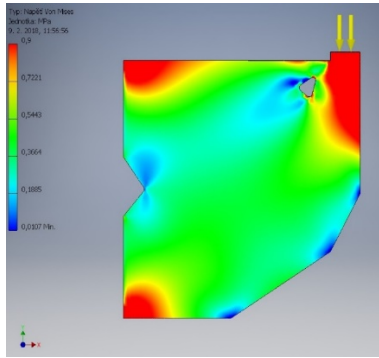
**MPa**



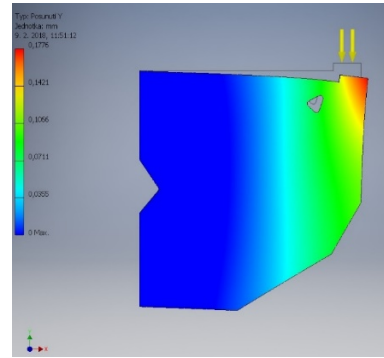
**Obr. 15 Odľahčovanie pri hladine napätia 0,8**

**MPa**

Na Obr. 14 a Obr. 15 môžeme vidieť po odstránení modrých plôch a zvýšením hornej hranice napätie, že miesta, ktoré boli predtým zelené(Obr.13),sa premenili na modré miesta, ktoré neprenášajú napätie.

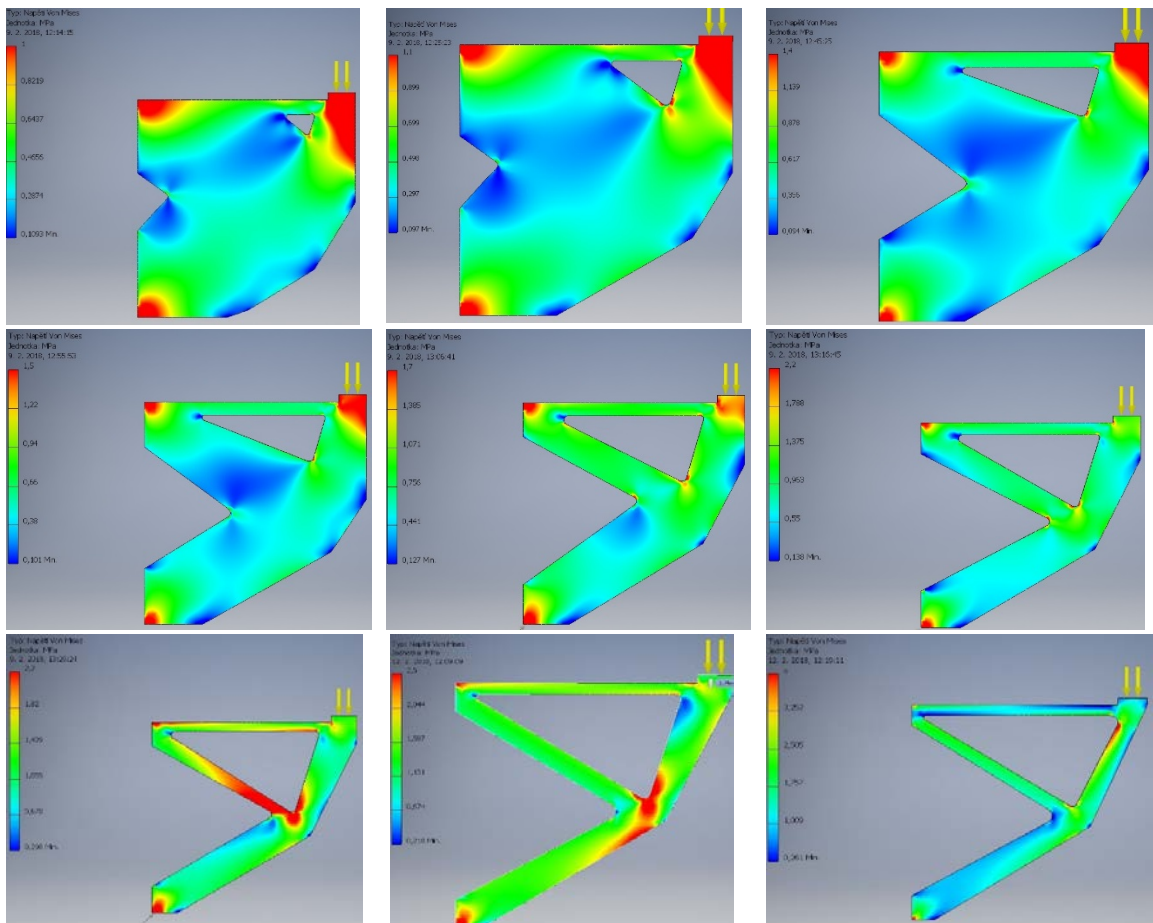


**Obr. 16 Odľahčovanie pri hladine napätia 0,9 MPa**

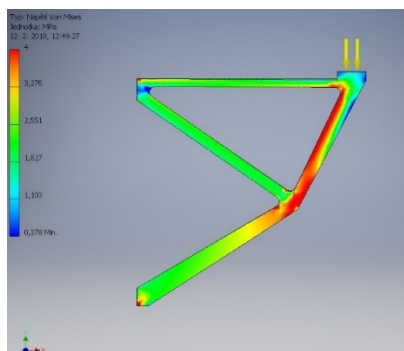


**Obr. 17 Druhá kontrola posunutia v smere osi Y**

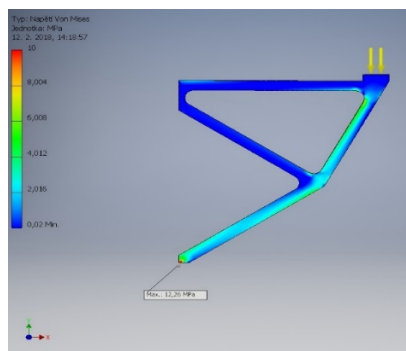
Na Obr. 16 môžeme vidieť odobraté modré miesta. Pri druhej kontrole posunutia(Obr. 17) predstavovalo posunutie hodnotu 0.1776 mm, ktorá vyhovuje. Na sérii nasledujúcich obrázkov z náhodne vybraných, po sebe idúcich výpočtov bude zrejmé, ako celá optimalizácia prebiehala. Počas celej doby sa postupne zvyšovala maximálna hodnota zobrazovaného napätia a kontrolovalo sa maximálne posunutie v smere osi Y.



**Obr. 18 Postupné odľahčovanie konzolového nosníka**

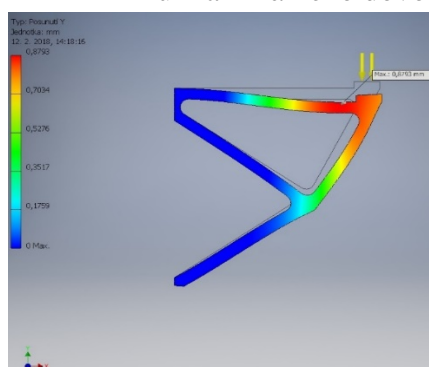


Obr. 19 Výsledný model



Obr. 20 Výsledný model po konštrukčných úpravách

Po sérii viac než sedemdesiatich výpočtov, pri ktorých boli po malých množstvách postupne odoberané miesta s najnižšou hladinou napätia, môžeme na Obr. 19 vidieť výsledný model. Z konštrukčných dôvodov boli následné premerané jednotlivé ramená konzolového nosníka a ich rozmery boli spriemerované a použité pre finálny konzolový nosník, ktorý možno vidieť na Obr. 20. Po statickej skúške pri tomto modeli dosahovalo maximálne napätie hodnotu 12.26 MPa. Nosník pevnostne vyhovuje, lebo napätie neprekročilo hranicu maximálneho dovoleného napätia 20 MPa.



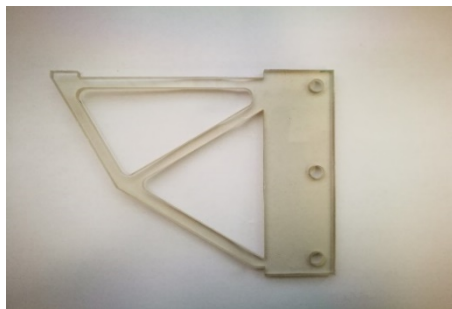
Obr. 21 Konečná kontrola posunutia v smere osi Y

Konečné posunutie môžeme vidieť na Obr. 21. Maximálne posunutie konečného modelu je 0.8793 mm. Keďže nepresiahlo vopred stanovenú hranicu päťnásobku pôvodného posunutia, nosník vyhovuje aj z hľadiska zachovania tuhosti.

## Experimentálna časť

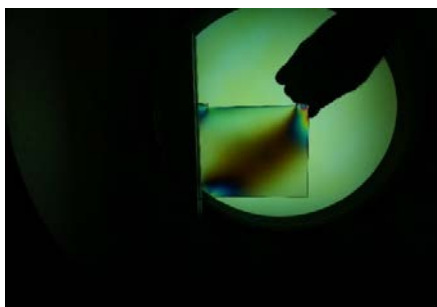
### Meranie pomocou fotoelasticimetra

Na začiatku boli vyrezané modely z opticko-citlivého materiálu v Prešove (Obr. 22). Modely boli vyrezané vodným lúčom a to preto, lebo pri normálnom mechanickom obrábaní by mohli vzniknúť zvyškové napätia. Bol navrhnutý konzolový nosník, ale pre potreby experimentu sa zmenšil v dĺžkových rozmeroch v mierke 1:2 a hrúbka sa zväčšila v mierke 2:1. Rozmery sa zmenili preto, lebo prierez bol veľmi štíhly a dochádzalo by k vybočeniu nosníka, čo by zapríčinilo skresľovanie výsledkov. Tento rozdiel sa neskôr zohľadnil v prepočte vďaka modelovej podobnosti.



**Obr. 22 Modely pôvodného a odľahčeného nosníka vyrobené z opticky citlivého materiálu**

Na začiatku experimentu bol do pomocného rámu upevnený pôvodný model konzolového nosníka, ktorý bol zaťažovaný. Na Obr. 23 môžeme pozorovať rozloženie napätia v nosníku, ktoré je takmer totožné s výsledkami z numerickej simulácie (Obr. 6). Ďalej môžeme vidieť, že materiál bol odoberaný na základe miest, ktoré napätie neprenášajú.

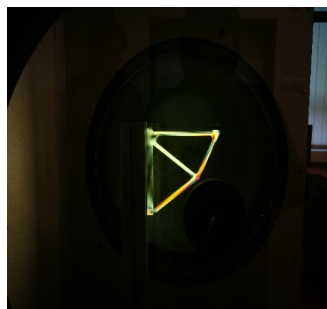


**Obr. 23 Priebeh napätí v pôvodnom modeli**

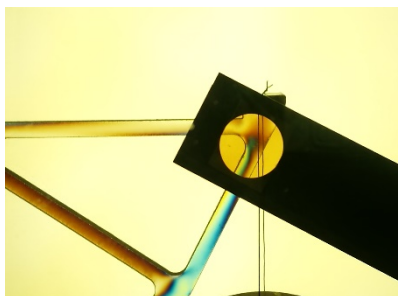
Následne sa na optimalizovanom nosníku vyznačilo čiernou bodkou skúmané miesto. Model sa upevnil do zaťažovacieho rámu, a následne bol model vložený do vyšetrovacieho priestoru fotoelasticimetra, kde sa zaťažil pomocou závaží (Obr. 24). Transmisný polariskop bol nastavený na  $0^\circ$  (Obr. 25).



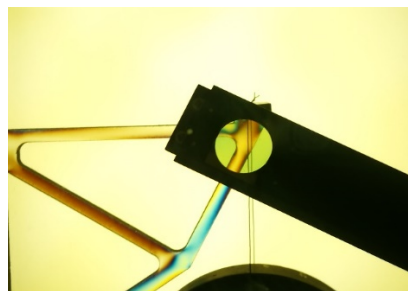
**Obr. 24 Uloženie modelu do vyšetrovacieho priestoru**



**Obr. 25 Nastavenie transmisného polariskopu na  $0^\circ$**



**Obr. 26 Prvotný pohľad analyzátorom cez kompenzátor**



**Obr. 27 Natočenie kompenzátoru o 30 dielikov**



Na Obr. 26 môžeme vidieť prvotný pohľad cez analyzátor pred kompenzáciou. Môžeme spozorovať čierny pruh. Natáčaním ovládacieho gombíka sa posúval čierny pruh až do vyšetřovaného bodu. Výsledok nášho nastavenia je 30 dielikov. Následne bolo napätie vypočítané zo vzťahu

$$N = \frac{k}{d} = \frac{30}{48} = 0.625$$

N= je poradie pruhov

k=hodnota odčítaná z kompenzátoru(počet dielikov)

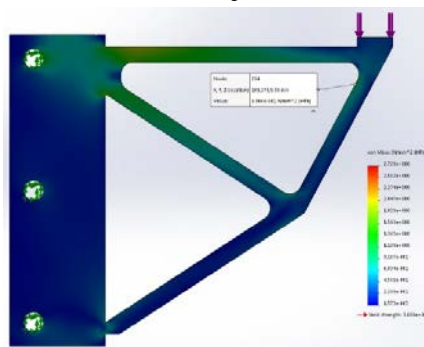
d=konštanta

$$\sigma = \frac{N \times C}{t} = \frac{0.625 \times 7}{6.25 \times 10^{-3}} = 700 \text{ kPa} = 0.7 \text{ MPa}$$

t= hrúbka modelu

c=napät'ová optická konštanta materiálu modelu

Výsledné napätie zistené na fotoelasticimetri je 0.7 MPa.

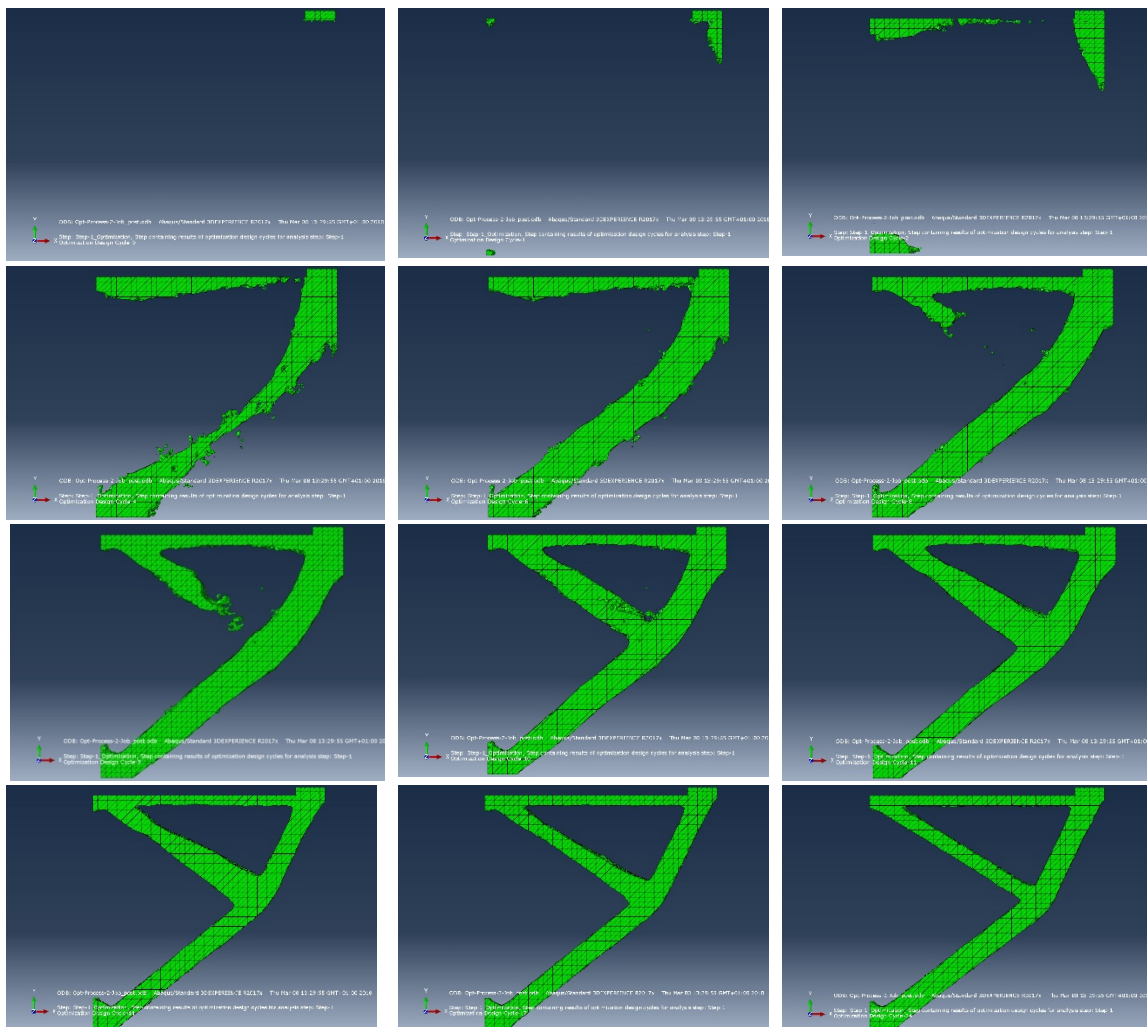


Obr. 28 Výsledné napätie prepočítané v softvéri Abaqus

Hodnota napätia v analyzovanom mieste získaná pomocou MKP simulácie vykonanej v priestoroch Katedry aplikovanej mechaniky a strojného inžinierstva bola 0,99 MPa. Rozdiel v hodnote napätia je vzhľadom na odchýlky v okrajových podmienkach počítačového a experimentálneho modelu prijateľný.

## Overenie správnosti riešenia

V závere práce bola vykonaná v priestoroch Katedry aplikovanej mechaniky a strojného inžinierstva ešte jedná numerická simulácia. Jednalo sa opäť o optimalizáciu topológie prvotného nosníka, no tento krát celý výpočet prebehol v komerčnom softvéri Abaqus/Tosca. Topologická optimalizácia v práci je založená na základe opakovanej statickej analýzy a uberaní prvkov, ktoré napätie neprenášajú, ale komerčný softvér Abaqus/Tosca nielen prvky ubera, ale ich aj podľa potreby vytvára. Z toho dôvodu bola vykonaná simulácia v softvéri aby bola zistená presnosť nami predloženého riešenia. Na sérii nasledujúcich obrázkov je možné sledovať jej priebeh.



**Obr. 29** Priebch topologickej optimalizácie v softvéri Abaqus/Tosca

Optimalizácia topológie v komerčnom programe Abaqus/Tosca Obr. 29 je v porovnaní s optimalizáciou topológie na základe nami predloženého riešenia Obr. 19 takmer totožná.

## Záver

Na začiatku práce bolo zadaných niekoľko cieľov, ktoré boli splnené. Hmotnosť pôvodného konzolového nosníka bola pomocou topologickej optimalizácie zredukovaná o 60.86%. Jednou z podmienok bolo tiež, aby bola zachovaná pevnosť a tuhosť odľahčeného nosníka. Nosník vyhovel statickej skúške, čo potvrdilo zachovanú pevnosť. Maximálny priehyb v osi Y neprekročil oproti pôvodnému nosníku 5-násobok, čo hovorí o zachovaní tuhosti nosníka. Výsledok experimentu s numerickou časťou nebol totožný a to preto, že okrajové podmienky pri výpočte boli na rozdiel od experimentu ideálne. Vo výslednom mieste bol materiál namáhaný na ťah, teda hlavná os kompenzátora musí zvierat' pravý uhol s príslušnou hranou nosníka. V dôsledku menšej odchýlky hlavnej osi kompenzátora od požadovaného smeru došlo k ovplyvneniu odčítaných hodnôt. Je potrebné zobrať do úvahy aj ľudský faktor, lebo pri presune tmavého pruhu do skúmaného miesta sa spoliehame na zrak. Veľkým prínosom tejto práce bolo taktiež dokázanie, že optimalizáciu topológie je možné vykonať aj v podmienkach, ktoré nám poskytuje stredná škola pomocou série statických výpočtov a môžeme tak získať výsledky, ktoré sú za iných okolností získavané iba pomocou softvérov v hodnote radovo tisícov až desať tisícov eur. Na základe overenia výsledkov pomocou komerčného softvéru možno tvrdiť, že predkladané riešenie je síce zdĺhavé no dosahuje vysokú presnosť pri tvarovo jednoduchých súčiastkach. Predmetom ďalšieho skúmania by mohlo byť zisťovanie, aký vplyv na výsledný tvar má fakt, že predložené riešenie prvky iba odoberá. Dá sa predpokladať, že pri tvarovo zložitých súčiastkach by sa už výsledky líšili v porovnaní s komerčnými softvérmi viac.